Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»
Институт экономики, информационных технологий и креативных индустрий
Кафедра экономики и управления

УТВЕРЖДАЮ:
Директор Института экономики,
информационных технологий и
креативных индустрий



_____ Кожевникова Т.М.
«30» сентября 2025г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
к рабочей программе по дисциплине

ЕН.1 «Математика»
подготовки специалистов среднего звена по специальности
«38.02.06 Финансы»

Основная образовательная программа среднего профессионального образования

Финансы

Квалификация
«Финансист»

Год набора 2024

Тамбов 2025

Разработчик ФОС:

Цыкина С.В., старший преподаватель кафедры «Функционального анализа» ФГБОУ ВО "Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина"

Эксперт:

О.Н. Переславцева, к.ф.-м.н., доцент кафедры «Функционального анализа» ФГБОУ ВО "Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина"

Фонд оценочных средств разработан/составлен на основе ФГОС СПО по специальности 38.02.06 «Финансы» и утвержден на заседании кафедры «Функционального анализа» Инженерно-технического института ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина» 28 августа 2025 г. протокол № 1.

1. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «ЕН.1 Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Содержание компетенции
ОК 01	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
ОК 02	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 03	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях
ПК.1.1	Рассчитывать показатели проектов бюджетов бюджетной системы Российской Федерации
ПК.1.3	Осуществлять контроль за совершением операций со средствами бюджетов бюджетной системы Российской Федерации
ПК.1.4	Составлять плановые документы государственных и муниципальных учреждений и обоснования к ним
ПК 1.5	Обеспечивать финансово-экономическое сопровождение деятельности по осуществлению закупок для государственных и муниципальных нужд
ПК.2.1	Определять налоговую базу, суммы налогов, сборов, страховых взносов, сроки их уплаты и сроки представления налоговых деклараций и расчетов
ПК.2.2	Обеспечивать своевременное и полное выполнение обязательств по уплате налогов, сборов и других обязательных платежей в бюджеты бюджетной системы Российской Федерации
ПК.2.3	Осуществлять налоговый контроль, в том числе в форме налогового мониторинга
ПК 3.1	Планировать и осуществлять мероприятия по управлению финансовыми ресурсами организации
ПК.3.2	Составлять финансовые планы организации
ПК 3.3	Оценивать эффективность финансово-хозяйственной деятельности организации, планировать и осуществлять мероприятия по ее повышению
ПК 3.4	Обеспечивать осуществление финансовых взаимоотношений с организациями, органами государственной власти и местного самоуправления
ПК 3.5	Обеспечивать финансово-экономическое сопровождение деятельности по осуществлению закупок для корпоративных нужд
ПК.4.2	Осуществлять предварительный, текущий и последующий контроль хозяйственной деятельности объектов финансового контроля
ЛР 4	Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа»
ЛР 13	Соблюдающий в своей профессиональной деятельности этические принципы: честности, независимости, профессионального скептицизма, противодействия коррупции и экстремизму, обладающий

	системным мышлением и умением принимать решение в условиях риска и неопределенности
ЛР 14	Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности
ЛР 15	Открытый к текущим и перспективным изменениям в мире труда и профессий
ЛР 22	Проявляющий ответственное отношение к профессиональной деятельности как к возможности личного участия в решении профессиональных проблем

2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПОКАЗАТЕЛЯМ ОЦЕНКИ УРОВНЯ ОСВОЕНИЯ И ОСВОЕННЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

№ п/п	Наименование темы	Компетенция	Результаты (освоенные умения, усвоенные знания)	Наименование ОС	
				Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Тема 1. Матрицы и определители	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22	Усвоенные знания: -основные понятия и свойства функции одной переменной - основные понятия теории пределов - основные понятия теории производной и её приложение - основные понятия теории неопределённого и определённого интегралов -определение и свойства матриц, определителей. - определения и понятия, относящиеся к СЛУ, необходимые для решения СЛУ -формулы простого и сложного про-центов, -основные понятия теории вероятности и математической статистики, необходимые для решения финансово-экономических задач. Освоенные умения: - применять основные понятия и свойства функции одной переменной при решении задач -раскрывать неопределённости при вычислении пределов -вычислять производную функции одной переменной,	Контрольный опрос, практические задания (задачи), контрольная работа	экзамен
2	Тема 2. Системы линейных уравнений.	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22			
3	Тема 3. Введение в анализ.	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР			

№ п/п	Наименование темы	Компетенция	Результаты (освоенные умения, усвоенные знания)	Наименование ОС	
				Текущий контроль	Промежуточная аттестация
		22	производную сложной функции - исследовать функцию при помощи производной и строить график функции - вычислять неопределённый интеграл методом замены переменной и методом интегрирования по частям - применять формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определённого интеграла -вычислять площадь плоских фигур - выполнять линейные операции над матрицами, умножение матриц, находить обратные матрицы - вычислять значение определителей -решать СЛУ методом Крамера, методом обратной матрицы - вычислять количества размещений, перестановок, сочетаний - применять формулы вычисления простого и сложного процентов для решения финансово-экономических задач - применять формулы теории вероятности и математической статистики для решения финансово-экономических задач -рассчитывать бухгалтерские показатели, применяемые в финансово-экономических расчётах		
4	Тема 4. Дифференциальное исчисление	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22			
5	Тема 5. Интегральное исчисление	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22			
6	Тема 6. Основы теории вероятности, комбинаторики и математической статистики	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22			
	Тема 7. Основные математические методы в профессиональной деятельности	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 1.5, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ПК 3.3, ПК 3.4, ПК 3.5, ПК 4.2, ЛР 4, ЛР 13, ЛР 14, ЛР 15, ЛР 22			

3. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

Оценка / Уровень сформированности компетенции	Отлично/ Высокий (превосходный) уровень сформированности компетенций	Хорошо / Повышенный (продвинутый) уровень сформированности компетенций	Удовлетворительно / Пороговый (базовый) уровень сформированности компетенций	Неудовлетворительно / Компетенции не сформированы
Качество ответов при опросе	полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка	студент даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки "отлично", но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого	излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке теорий; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого	студент обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке определений и теорий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал
Качество решений практических заданий	ответ на вопросы задачи дан правильно. Объяснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями (в том числе из лекционного курса); ответы на дополнительные вопросы верные, чёткие	ответ на вопросы задачи дан правильно. Объяснение хода её решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании (в том числе из лекционного материала); ответы на дополнительные вопросы	ответы на вопросы задачи даны правильно. Объяснение хода ее решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием (в том числе лекционным материалом); ответы на дополнительные	ответы на вопросы задачи даны неправильно. Объяснение хода её решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования; ответы на дополнительные вопросы неправильные (отсутствуют)

		верные, но недостаточно чёткие.	вопросы недостаточно четкие, с ошибками в деталях	
Качество подготовки к решению контрольной работы	ответ на вопросы задачи дан правильно. Объяснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями (в том числе из лекционного курса); ответы на дополнительные вопросы верные, чёткие	ответ на вопросы задачи дан правильно. Объяснение хода её решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании (в том числе из лекционного материала); ответы на дополнительные вопросы верные, но недостаточно чёткие.	ответы на вопросы задачи даны правильно. Объяснение хода ее решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием (в том числе лекционным материалом); ответы на дополнительные вопросы недостаточно четкие, с ошибками в деталях	ответы на вопросы задачи даны неправильно. Объяснение хода её решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования; ответы на дополнительные вопросы неправильные (отсутствуют).
Качество ответов на экзамене	Систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы; точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы; безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке	Достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине; умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку; использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; владение инструментарием по дисциплине, умение его	Достаточный минимальный объем знаний по дисциплине; усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой; умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку; использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;	Фрагментарные знания по дисциплине; отказ от ответа (выполнения письменной работы); знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине; неумение использовать научную терминологию; наличие грубых ошибок; низкий уровень культуры исполнения заданий; низкий уровень сформированности компетенций.

	научных и практических задач; выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации; полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине; умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин; творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/ лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; высокий уровень сформированности компетенций.	использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине; самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; средний уровень компетенций.	владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач; умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи; работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий; достаточный минимальный уровень компетенций.	

4. СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЙ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Вопросы для опроса

Тема 1. Матрицы. Определители.

1. Дайте определение матрицы.
2. Перечислите виды матриц.
3. Какие действия над матрицами можно производить.
4. Назовите свойства действий над матрицами.
5. Дайте определение определителя матрицы.
6. Перечислите свойства определителей.
7. Укажите способы вычисления определителя третьего порядка.
8. Дайте определение обратной матрицы.
9. Правило нахождения обратной матрицы.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

1. Дайте определение системы линейных уравнений.
2. Какая система является совместной? Несовместной?
3. Что называется решением системы линейных уравнений?
4. Какие действия над уравнениями системы линейных уравнений можно производить?
5. Укажите способы решения систем линейных уравнений.
6. Назовите и запишите формулы Крамера. Для каких систем они применяются?
7. Этапы метода Гаусса решения линейных систем. Для каких систем применяется?
8. Решение систем матричным методом. Для каких систем применяется?

Тема 3. Введение в анализ.

1. Понятие последовательности. Определение предела последовательности.
2. Понятие функции. Способы задания, область определения.
3. Определение предела функции в точке
4. Определение предела функции на бесконечности.
5. Бесконечные пределы
6. Теоремы о пределах. Неопределенности.
7. Эквивалентные бесконечно малые функции.
8. Определение непрерывной функции.
9. «Арифметические» свойства непрерывных функций.

Тема 4. Дифференциальное исчисление.

1. Производная функции.
2. Геометрический и физический смысл производной.
3. Правила дифференцирования.
4. Производная сложной функции.
5. Производные высших порядков.
6. Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков.
7. Применение производной для исследования функций.
8. Исследование функции на монотонность с помощью производной.

9. Исследование функции на экстремум с помощью производной.
10. Исследование функции на выпуклость вверх, вниз, нахождение точек перегиба с помощью производной.

Тема 5. Интегральное исчисление.

1. Понятие первообразной функции.
2. Понятие неопределенного интеграла.
3. Основные свойства неопределенного интеграла.
4. Замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
6. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
7. Основные свойства определенного интеграла.
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Методы вычисления определенных интегралов
10. Применение интегралов к вычислению площадей фигур.
11. Приложения определенного интеграла.

Тема 6. Основы теории вероятности, комбинаторики и математической статистики.

1. Правила комбинаторики.
2. Размещение с повторением, размещение без повторения.
3. Перестановки, перестановки с повторением.
2. Сочетания, сочетания с повторением.
3. Виды случайных событий.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрическая вероятность.
6. Условная вероятность.
7. Совместность событий.
8. Независимость событий.
9. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
10. Формула полной вероятности.
11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
12. Виды выборок. Способы организации выборки.
13. Первичная статистическая обработка результатов измерений, эмпирический ряд, вариационный ряд.
14. Полигон частот
15. Гистограмма.
16. Характеристики эмпирического ряда.

Тема 7. Основные математические методы в профессиональной деятельности

1. Средние и предельные издержки производства.
2. Средний и предельный доход.
3. Производительность труда.
4. Эластичность функции.
5. Особенность модели Леонтьева многоотраслевой экономики
6. Матрица прямых затрат. Условие продуктивности.
7. Матрица полных затрат.

8. Уравнение баланса в матричном виде.
9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
10. Структурная матрица торговли.
11. Нахождение вектора национальных доходов в модели международной торговли.

Практические задания

Тема 1. Матрицы. Определители.

1. Задачи на матрицы.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Найдите:
а) матрицу 2A+3B, б) матрицу A-B, в) матрицу A·B, г) определитель матрицы A, д) матрицу B^{-1}

2. Выполнить арифметические действия с матрицами:

$$1)\ 3\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2)\ \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ -8 & 10 & 4 \end{pmatrix}^T-3\begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 8 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$3)\begin{pmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 3 & 8 & 5 \\ 0 & -4 & 7 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & -9 \end{pmatrix}^T;$$

$$4)\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 10 \\ 2 & 4 & 8 & -1 \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}^T;$$

3. Доказать равенство *(AB)C=A(BC)* для матриц:

$$1)\ A=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$2)\ A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

4. Найти: 1) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^3$; 2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}^3$.

5. Вычислить определители:

1) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} -1 & i \\ i & -1 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$;

6. Найти обратную матрицу для данной матрицы:

1) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Тема 2. Системы линейных уравнений.

1. Решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = -4 \end{cases}$$

а) методом Гаусса, б) методом Крамера, в) методом обратной матрицы.

2. Решить системы методом Крамера и методом обратной матрицы:

$$\text{а)}\begin{cases} 10x + y + 4z = 1 \\ x - 2y - 7z = -3, \\ 2x + y + 5z = 0 \end{cases} \text{b)}\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 19 \\ 4x + 5y - 3z = 31 \\ 3x + 7y - 4z = 31 \end{cases}$$

3. Решить системы методом Гаусса:

$$\text{а)}\begin{cases} 10x + y + 4z = 1 \\ x - 2y - 7z = -3, \\ 2x + y + 5z = 0 \end{cases} \text{b)}\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 19 \\ 4x + 5y - 3z = 31 \\ 3x + 7y - 4z = 31 \end{cases}$$

Тема 3. Введение в анализ.

1. Вычислите пределы последовательностей

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+1}{n-1}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[4]{n^4-1}}{2n+1}$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n+4}{n+1}\right)^{2n+1}$.

2. Вычислите пределы функций

а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x-5}$, б) $\lim\limits_{x\to 11}\dfrac{\sqrt{x-2}-3}{x-11}$, в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3x+1}}{x^2-4}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x+\sin 4x}{3x}$, д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1-\cos x)^2}{tg^3x-\sin^3x}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+4x^2-5}{2x^3+4}$, ж) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{2}{3x})^{-x}$, з) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{x-1}$.

Тема 4. Дифференциальное исчисление.

1.Найдите производную функции:

а) $f(x)=e^x\cdot\sin x$, б) $f(x)=\dfrac{\sin x+1}{\cos x}$, в) $f(x)=\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$, г) $f(x)=e^{x^2+1}$.

2.Найдите производную функции:

1) $y=\dfrac{8}{x}-2\sqrt{x}+\cos 3x-\ell^{2x}$

2) $y=\sin\left(x-\dfrac{2\pi}{3}\right)-ctg\left(x+\dfrac{5\pi}{6}\right)$

3) $y=\left(4x^6-7x^2+9x+\dfrac{\pi}{4}\right)^4$

4) $y=(9x-1)^5+\sqrt{5-x^2}$

5) $y=\dfrac{(5-2x)^3}{(3x+7)^4}$

3.Найдите дифференциал функции:

1) $y=3x^5+8x^3+7x^2-\sqrt{3}$

2) $y=-\dfrac{15}{x}+2\sqrt{x}-ctg3x+5^x$

3) $y=\left(-2x^7+4x^5-\sqrt{3}x\right)^4$

4) $y=(8x-7)^3+\sqrt{9-3x}$

5) $y=\dfrac{(4x-9)^4}{(3-5x)^3}$

4.Найти интервалы возрастания и убывания функции:

$f(x) = x + e^{-x}$.

$f(x) = x \ln x$.

$y = \frac{1}{1 - x^2}$.

5.Найти экстремумы функций:

$f(x) = x^3 - 3x + 1$.

$y = e^{x^2 - 4x + 5}$.

$y = x - \operatorname{arctg} x$.

6. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба:

$f(x) = e^{-x^2}$.

$y = x^5 - 10x^2 + 7x - 9$.

$y = \cos x$.

Тема 5. Интегральное исчисление.

1. Вычислить неопределенный интеграл:

а) $\int \left(5x^3 - 2x^2 + 3x - 8\right)dx$ б) $\int \left(x^{-5} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{4x^3}\right)dx$ в) $\int \frac{x^2 + x + 5}{2x}dx$

г) $\int \frac{2x}{x^2 + 5}dx$, д) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x}dx$, е) $\int \frac{4 + \cos^3 x}{\cos^2 x}dx$, ж) $\int \frac{2 - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}}dx$.

2. Вычислить неопределенный интеграл с помощью подстановки или интегрирования по частям

а) $\int (2x^3 + 1)^4 x^2 dx$, б) $\int (1 + x^5)x^4 dx$ в). $\int x \cos 3x dx$, г) $\int (x - 1)e^{2x} dx$ д) $\int \frac{\ln x dx}{x^4}$,

е) $\int \frac{e^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}}dx$, ж) $\int \sqrt{\cos x} \sin x dx$, з) $\int \ln x dx$, и) $\int \frac{(\ln x)^3}{x}dx$, к) $\int (2x + 1)\sin 5x dx$

3. Вычислить определенный интеграл:

а) $\int_1^{\sqrt{3}} x^2 \cdot \sqrt[3]{(3 - x^3)^2}\, dx$;

б) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x - 1}{e^x + 1}dx$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^4 x}dx$.

г) $\int_1^2 (3 - 2x)^2\, dx$;

д) $\int_0^{\pi} (1 + sin^2 x)\, dx$.

е) $\int_1^2 \frac{5}{3x+1}dx$

ж) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 3\sin x \cos x \, dx$

з) $\int_1^2 \frac{3x^2 - x + 3}{x}dx$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y^3 = 3x+1, xy = 1, x = 0$

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 + 2$, $y = 2x + 10$, $y = 0$, $x = 0$.

Тема 6. Основы теории вероятности, комбинаторики и математической статистики.

1. Бросаются 3 игральные кости. Найти вероятность того, что на них выпадет по одинаковому числу очков.

2. В первой урне лежат 2 белых шара и 5 красных, а во второй – 3 белых и 8 красных. В первую урну добавляются 2 шара, случайно выбранных из второй урны. Найти вероятность того, что шар, выбранный из пополненной первой урны, будет белым.

3. В первой урне находятся 2 белых и 9 черных шаров, а во второй – 3 черных и 5 белых шаров. Из каждой урны удалили по 1 шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.

4. В классе обучаются 25 девочек и 20 мальчиков. К уроку не выполнили домашнее задание 4 девочки и 3 мальчика. Наудачу вызванный ученик оказался неподготовленным к уроку. Какова вероятность того, что отвечать был вызван мальчик?

5. Вероятность забросить кольцо на колышек равна 0,2. Произведено 6 бросков. Какова вероятность того, что на колышке окажутся ровно 4 кольца?

1. Сколько слов, каждое из которых состоит из 7 различных букв, можно составить из слова ”выборка”?

2. В урне 9 белых и 7 черных шаров. Из урны вынули шар и отложили его в сторону, этот шар оказался черным. Какова вероятность того, что вторым будет вынут снова черный шар?

3. Вероятность того, что расход электроэнергии не превысит суточной нормы, равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение пяти дней из семи перерасхода не будет?

4. Ученик за месяц получил следующие отметки по математике:

2, 5, 3, 5, 4, 3, 5, 2, 4, 5, 4, 3, 3, 4, 5, 3.
а) Составьте сгруппированный ряд этих данных.
б) Найдите объем, размах, моду, среднее.
в) Выпишите таблицу распределения данных, указав кратность и частоту каждой варианты.
г) Постройте гистограмму распределения данных.

5. Построить полигон частот и эмпирическую функцию распределения по данному распределению выборки:

x_i	15	20	25	30	35
k_i	10	15	30	20	25

6. Построить гистограмму и эмпирическую функцию распределения по данным таблицы:

Частичный интервал длиной h	Сумма частот вариант частичного интервала n_i
2—5	9
5—8	10
8—11	25
11—14	6

Тема 7. Основные математические методы в профессиональной деятельности

1. Функция издержек производства продукции некоторой фирмой имеет вид: $y(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}2x^2 + 5x + 250$ (ден. ед.), где x – объем выпускаемой продукции. Найти средние и предельные издержки производства и вычислить их значение при $x = 10$

2. Объем производства зимней обуви u, выпускаемой некоторой фирмой, может быть описан уравнением $u = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 6t + 2100$ (ед.), где t – календарный месяц года. Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения
а) в начале года (t=0),
б) в середине года (t=6);
в) в конце года (t=12).

3. Зависимость между объемом выпуска готовой продукции y (млн руб.) и объемом производственных фондов x (млн руб.) выражается уравнением: $y = 0{,}6x - 4$. Найти эластичность выпуска продукции для предприятия, имеющего фонды в размере 40 млн руб.

4. Опытным путем установлены функции спроса $q = \frac{p+8}{p+2}$ и предложения $s = p + 0{,}5$, где q и s – количество товара, соответственно, покупаемого и предлагаемого на продажу в единицу времени, p – цена товара. Найти:

а) равновесную цену, т.е. цену, при которой спрос и предложение уравновешиваются;
б) эластичность спроса и предложения для этой цены.

5. Функция потребления некоторой страны имеет вид: $C(x) = 13 + 0{,}25x + 0{,}37x^{4/5}$, где x – совокупный национальный доход. Найти:
   а) предельную склонность к потреблению;
   б) предельную склонность к сбережению,
   если национальный доход составляет 32.
6. Данные об исполнении баланса за отчетный период, ден. ед., приведены ниже в таблице.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт	Валовой выпуск
		1	2		
Производство	1	100	160	240	500
	2	275	40	85	400

а) найти матрицу прямых затрат A;
б) проверить продуктивность матрицы A;
в) найти матрицу полных затрат S;
г) вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт отрасли 1 должен увеличиться в два раза, а отрасли 2 – на 20%

7. Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 0{,}2 \end{pmatrix}$. Найти:

а) матрицу полных затрат S;

б) вектор валового продукта X для обеспечения выпуска конечного продукта $Y = \begin{pmatrix} 400 \\ 500 \end{pmatrix}$

в) приращение вектора ΔX для увеличения выпуска конечного продукта на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}$.

8. Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли:

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

Типовые задания для контрольной работы

Тема 1. Матрицы. Определители.

Вариант 1

1) Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -3 & 1 & 4\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

Найти: а) матрицу 3A-2B, б) матрицу 2A+B, в) матрицу A·B, г) матрицу A^T, д) матрицу B^{-1}

2) Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}3 & -2 & 1\\ 1 & 6 & 0\\ -1 & 0 & 2\end{vmatrix}$$

а) по правилу треугольников; б) с помощью алгебраических дополнений.

Вариант 2

1) Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -3 & 1 & 2\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Найти: а) матрицу 2A+3B, б) матрицу A-3B, в) матрицу B·A, г) матрицу B^T, д) матрицу A^{-1}

2) Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}3 & -2 & 1\\ 1 & 6 & 0\\ -1 & 0 & 2\end{vmatrix}$$

а) по правилу треугольников; б) с помощью алгебраических дополнений.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

Вариант 1

Решить систему

а) методом Крамера

б) методом Гаусса

$$\begin{cases}2x-y+z=-3\\ x+2y-2z=1\\ 3x-y+3z=2\end{cases}$$

Вариант 2

Решить систему

а) методом Крамера

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} x-2y+z=-1 \\ 2x-y+2z=3 \\ 5x+y+z=1 \end{cases}$$

Тема 3. Введение в анализ.

Вариант 1

1. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-8x+15}$.
2. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+5}{3x-6}$.
3. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 17x}{\sin 12x}$.
4. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$.

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+x-20}{x^2-16}$.
2. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x+6}{2x-4}$.
3. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 13x}$.
4. Вычислить предел функции:
   $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}$.

Тема 4. Дифференциальное исчисление.

Вариант 1

1.Найти производную функции

$y=\sin^6\left(4x^3-2\right)$

2.Найти производную третьего порядка функции

$y=3x^4+\cos 5x$

3.Найти дифференциал функции

$y=3^{\sin x}$

4.Исследовать функцию на экстремум

$f(x)=-x^3+3x-2$

5.Исследовать функцию на выпуклость и найти ее точки перегиба

$$y=\frac{x^3-1}{x}$$

Вариант 2

Найти производную функции

$$y=\cos^4\left(6x^2+9\right)$$

2.Найти производную третьего порядка функции

$$y=2x^5-\sin 3x$$

3.Найти дифференциал функции

$$y=\sin 3^x$$

4.Исследовать функцию на экстремум

$$f(x)=x^3+3x+2$$

5.Исследовать функцию на выпуклость и найти ее точки перегиба

$$y=\frac{x}{x^2-1}$$

Тема 5. Интегральное исчисление.

Вариант 1

1. Вычислить неопределенный интеграл:

а) $\int \left(4x^3-6x^2-4x+1\right)dx$

б) $\int \left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}\right)dx$ в) $\int \frac{(3x+1)^2}{x}dx$

г) $\int \frac{2xdx}{x^2+1}$ д) $\int \cos 5xdx$

е) $\int \frac{dx}{3\sin^2 x}$

ж) $\int \frac{\ln xdx}{x^3}$

з) $\int \left(9-2x^3\right)^4 x^2dx$

2. Решить задачу:

Уравнение скорости движущейся точки имеет вид V = 2t – 3. Найти уравнение движения точки, если к моменту начала отсчета она прошла путь 6 м.

3.Вычислить определенный интеграл: а) $\int_0^3 \left(2x^2-x+4\right)dx$, б) $\int_0^1 (3x+1)^4dx$.

4.Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2+1,\quad y=0,\quad x=-1,\quad x=1$.

Вариант 2

1. Вычислить неопределенный интеграл:

а) $\int (4x^3-15x^2+14x-3)dx$

б) $\int (\sqrt[3]{x^5}-2\sqrt{x}+4)dx$ в) $\int \frac{x^3+1}{x}dx$

г) $\int \frac{4x^3}{x^4+2}dx$ д) $\int \frac{\sin 2x}{\sin x}dx$

е) $\int \frac{\cos^2 x+3}{\cos^2 x}dx$

ж) $\int x^2 e^x dx$

з) $\int 4(t^4+5)^2 t^3 dt$

2. Решить задачу:

Скорость тела задана уравнением $V = 6t^2 + 1$. Найти уравнение движения, если за время $t = 3$с тело прошло путь $S = 60$ м.

3.Вычислить определенный интеграл: а) $\int_0^2 (4x^2+x-3)dx$, б) $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$.

4.Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2+4, \quad y=0, \quad x=-2, \quad x=2$.

Тема 6. Основы теории вероятности, комбинаторики и математической статистики.

Вариант 1

1. В столовой есть 4 вида булочек и 3 вида кофе. Сколько существует вариантов завтрака для студента, если обычно он покупает одну булочку и один кофе?
2. В ящике лежат 12 шариков, два из которых белые. Какова вероятность вытащить наугад белый шарик? Ответ округлите до сотых
3. Решите уравнение:
4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 11 очков.
5.Ученик за месяц получил следующие отметки по математике:
3, 4, 2, 5, 4, 5, 3, 4, 5, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 5.
а) Составьте сгруппированный ряд этих данных.
б) Найдите объем, размах, моду, среднее.
в) Выпишите таблицу распределения данных, указав кратность и частоту каждой варианты.
г) Постройте гистограмму распределения данных.

Вариант 2

1. В гардеробе у девушки есть 7 видов блузок и 3 вида юбок. Сколько существует вариантов выбора костюма, если обычно он состоит из блузки и юбки?
2. В вазе лежат 15 конфет, пять из которых шоколадные. Какова вероятность вытащить наугад шоколадную конфету? Ответ округлите до сотых
3. Решите уравнение:
4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 11 очков.
5. Ученик за месяц получил следующие отметки по математике:
2, 3, 2, 3, 4, 5, 2, 2, 3, 2, 2, 3, 4, 2, 5.
а) Составьте сгруппированный ряд этих данных.

б) Найдите объем, размах, моду, среднее.
в) Выпишите таблицу распределения данных, указав кратность и частоту каждой варианты.
г) Постройте гистограмму распределения данных.

Тема 7. Основные математические методы в профессиональной деятельности

Вариант 1

1. Выручка от продажи конфет составляет $p = 100x - 0.5x^2$, где х – объем проданной продукции (тыс. ед.). Найти среднюю и предельную выручку, если продано 10 тыс. ед.

2. Производительность труда бригады может быть описана уравнением

$y = -2{,}5t^2 + 15t + 100$, где $0 \le t \le 8$ – календарный месяц года. Вычислить скорость и темп ее изменения при t=2.

3. Зависимость между себестоимостью единицы продукции у (руб.) и выпуском продукции х (млн руб.) выражается уравнением: $y = -0{,}5x + 80$. Найти эластичность себестоимости при выпуске продукции на 30 млн руб.

4. Выяснить, продуктивна ли матрица $A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}5 & 0{,}7 \end{pmatrix}$

5. Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}1 \end{pmatrix}$. Найти:

а) матрицу полных затрат S;

б) изменение вектора конечного продукта ΔY при изменении вектора валового продукта $\Delta X = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$

в) изменение вектора вылового выпуска ΔX для увеличения выпуска конечного продукта на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 55 \\ 110 \end{pmatrix}$.

6. Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}8 \\ 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

1. Выручка от продажи конфет составляет $p = 80x - 0.5x^2$, где х – объем проданной продукции (тыс. ед.). Найти среднюю и предельную выручку, если продано 60 тыс. ед.

2. Производительность труда бригады может быть описана уравнением

   $y = -2{,}5t^2 + 15t + 100$, где $0 \le t \le 8$ – календарный месяц года. Вычислить скорость и темп ее изменения при t=7.

3. Зависимость между себестоимостью единицы продукции y (руб.) и выпуском продукции x (млн руб.) выражается уравнением: $y = -0{,}4x + 60$. Найти эластичность себестоимости при выпуске продукции на 20 млн руб.

4. Выяснить, продуктивна ли матрица $A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}9 & 0{,}4 \\ 0{,}{,}5 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}3 & 1{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix}$

5. Дана матрица прямых затрат $A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}$. Найти:

   а) матрицу полных затрат S;

   б) изменение вектора конечного продукта ΔY при изменении вектора валового продукта $\Delta X = \begin{pmatrix} 140 \\ 100 \end{pmatrix}$

   в) изменение вектора вылового выпуска ΔX для увеличения выпуска конечного продукта на $\Delta Y = \begin{pmatrix} 52 \\ 104 \end{pmatrix}$.

6. Выяснить, в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}6 \\ 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}3 \end{pmatrix}$$

Вопросы для экзамена:

1. Экономико-математические методы. Матричные модели.
2. Матрицы и действия над ними.
3. Определители матриц. Определение и способы нахождения. Свойства определителей.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы.
6. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
9. Последовательности. Предел последовательности.
10. Функции. Способы задания, область определения.
11. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечные пределы
12. Теоремы о пределах. Неопределенности.
13. Эквивалентные бесконечно малые функции.
14. Производная функции. Правила дифференцирования.
15. Производная сложной функции.
16. Производные высших порядков.
17. Дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков.
18. Применение производной для исследования функций.
19. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
20. Основные свойства неопределенного интеграла.
21. Основные методы интегрирования (замена переменной и интегрирование по частям).

22. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
23. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Приложения определенного интеграла.
25. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений, перестановки.
26. Элементы комбинаторики. Сочетания, перестановки с повторениями, сочетания с повторениями.
27. Пространство элементарных исходов, вероятность на нем. Вероятность события. Свойства.
28. Равновероятные исходы. Схема случаев. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
29. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности.
30. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
31. Генеральная совокупность. Выборка (повторная, бесповторная, репрезентативная).
32. Статистическое распределение выборки. Эмпирический ряд. Вариационный ряд. Относительные частоты.
33. Эмпирический закон распределения. Полигон частот. Интервальная таблица частот. Гистограмма.
34. Средние и предельные издержки производства. Средний и предельный доход.
35. Производительность труда. Эластичность функции.
36. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики